

CÔNG THỨC NGHIỆM THU GỌN CỦA PT BẬC HAI

I. Công thức nghiệm thu gọn

Đối với phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) và $b = 2b'$, $\Delta' = b'^2 - ac$:

- Nếu $\Delta' > 0$ thì phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a}$; $x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a}$
- Nếu $\Delta' = 0$ thì phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = -\frac{b'}{a}$.
- Nếu $\Delta' < 0$ thì phương trình vô nghiệm.

II. Ví dụ:

a/ $5x^2 - 6x + 1 = 0$

Ta có $a = 5$; $b = -6 \Rightarrow b' = \frac{b}{2} = \frac{-6}{2} = -3$; $c = 1$

$\Delta' = b'^2 - ac = (-3)^2 - 5.1 = 9 - 5 = 4 > 0$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{-(-3) + \sqrt{4}}{5} = \frac{3+2}{5} = 1; \quad x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{-(-3) - \sqrt{4}}{5} = \frac{3-2}{5} = \frac{1}{5}$$

b/ $4x^2 + 4x + 1 = 0$

Ta có ($a = 4$; $b' = \frac{b}{2} = \frac{4}{2} = 2$; $c = 1$)

$\Delta' = b'^2 - ac = 2^2 - 4.1 = 4 - 4 = 0$

Vậy PT có nghiệm kép: $x_1 = x_2 = -\frac{b'}{a} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$

c/ $-x^2 + 2x - 8 = 0$

Ta có ($a = -1$; $b' = 1$; $c = -8$)

$\Delta' = b'^2 - ac = 1 - 8 = -7 < 0$

Vậy PT vô nghiệm

III. Luyện tập:

Dạng 1: Áp dụng công thức nghiệm, công thức nghiệm thu gọn giải các phương trình

Bài 1: Giải các phương trình sau:

a) $2x^2 - 7x + 3 = 0$

ĐS: a) $S = \left\{ \frac{1}{2}; \frac{3}{2} \right\}$

b) $6x^2 + x + 5 = 0$

ĐS: PTVN

c) $5x^2 - 6x - 1 = 0$;

ĐS: $S = \left\{ \frac{3 \pm \sqrt{14}}{5} \right\}$

d) $9x^2 + 6x + 1 = 0$.

ĐS: Phương trình có nghiệm kép $x = -\frac{1}{3}$

Dạng 2: Vị trí tương đối của Parabol và đường thẳng

Cho hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) có đồ thị là Parabol (P) và hàm số $y = a'x + b$ có đồ thị là đg thẳng (d)

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d): $ax^2 = a'x + b$ (1)

Vị trí tương đối của (P) và (d):

+ Nếu phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thì (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

+ Nếu phương trình (1) có nghiệm kép thì (P) và (d) tiếp xúc nhau.

+ Nếu phương trình (1) vô nghiệm thì (P) và (d) không giao nhau.

Bài 1: Cho hai hàm số: $y = x^2$ (P) và $y = x + 2$ (d).

a) Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép toán.

Hướng dẫn a) Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

* Tập xác định: Hàm số xác định: $\forall x \in \mathbb{R}$

* Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

x	0	1
$y = x + 2$	2	3

* Đồ thị: b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép toán

Giải

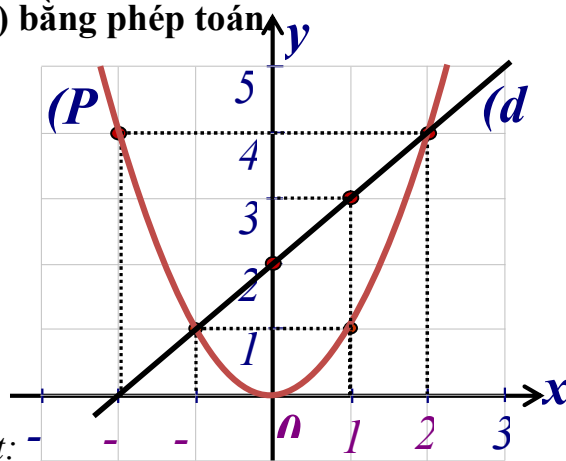
Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

$$x^2 = x + 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4.1.(-2) = 9 > 0$$

Vì $\Delta > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt:



$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-1) + \sqrt{9}}{2.1} = 2 \quad \text{và} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-1) - \sqrt{9}}{2.1} = -1$$

Với $x = 2$ thì $y = 2 + 2 = 4$ $A(2 ; 4)$

Với $x = -1$ thì $y = 2 + 2 = 4$ $B(-1 ; 4)$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là $A(2 ; 4)$ và $B(-1 ; 4)$

➤ **Tóm tắt các bước tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép toán.**

- Bước 1: Lập phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d)
- Bước 2: Giải phương trình hoành độ giao điểm trên
- Bước 3: Thay giá trị x (hoành độ) vừa tìm vào hàm số tìm giá trị y (tung độ)
- Bước 4: Kết luận tọa độ giao điểm của (P) và (d).

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1: Cho hai hàm số: $y = -x^2$ (P) và $y = x - 2$ (d).

- a) Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
- b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép toán.

Bài 2: Cho hai hàm số: $y = x^2$ (P) và $y = -x + 6$ (D).

- a) Vẽ đồ thị (P) và (D) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
- b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng phép toán.

Bài 3:

a) Vẽ đồ thị của hai hàm số $y = -\frac{1}{4}x^2$ và $y = x - 3$ trên cùng mặt phẳng tọa độ Oxy

b) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị trên bằng phép toán.

Bài 4: Cho hàm số $y = \frac{-x^2}{4}$ có đồ thị (P) và hàm số $y = \frac{x}{2} - 2$ có đồ thị (D).

- a) Vẽ (P) và (D) trên cùng hệ trục tọa độ.
- b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng phép tính.

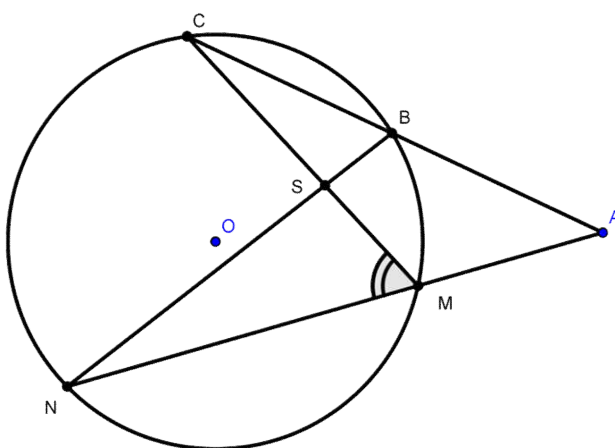
LUYỆN TẬP 2: TỨ GIÁC NỘI TIẾP

Bài 1: Cho $(O; R)$. Điểm A nằm ngoài (O) . Kẻ hai cát tuyến ABC và AMN với (O) . BN cắt CM tại S nằm trong hình tròn.

$$a) Cm : SB.SN = SM.SC$$

$$b) Cm : \angle A + \angle BSM = 2\angle MN$$

Hướng dẫn giải



$$a) Cm : SB.SN = SM.SC$$

Xét tam giác SBC và tam giác SMN có :

$$\angle C = \angle N \text{ (đối đỉnh)}$$

$$\angle BCS = \angle MNS \text{ (cùng chắn cung BM)}$$

Suy ra tam giác SBC đồng dạng với tam giác SMN

$$\text{Nên } \frac{SB}{SM} = \frac{SC}{SN}$$

$$\text{Vậy: } SB.SN = SM.SC$$

$$b) Cm : \angle A + \angle BSM = 2\angle MN$$

$$\angle MN = \frac{1}{2} \text{ số đo } \angle N$$

Ta lại có:

$$\angle A = \frac{1}{2} (\text{ số đo } \angle N - \text{ số đo } \angle BM)$$

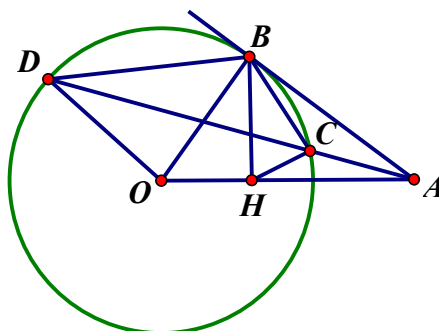
$$\angle BSM = \frac{1}{2} (\text{ số đo } \angle BM - \text{ số đo } \angle N)$$

$$\text{Do đó: } \angle A + \angle BSM = \text{ số đo } \angle N$$

Vậy: đpcm

Bài 2: Cho $(O, R = 12\text{cm})$ và điểm A nằm ngoài (O) sao cho $OA = 20\text{cm}$. Từ A vẽ tiếp tuyến AB , cát tuyến ACD đến (O) . Vẽ BH vuông góc OA tại H .

- Tính độ dài BH
- Chứng minh tứ giác $ODCH$ nội tiếp



- Tính độ dài BH

$\triangle OAB$ có $\hat{B} = 90^\circ$, $BH \perp OA$, nên tính được

$$OH = 7,2 \text{ cm}$$

$\triangle OBH$ có $\hat{H} = 90^\circ$, nên tính được $BH = 9,6 \text{ cm}$

- Chứng minh tứ giác $ODCH$ nội tiếp

Chứng minh $AB^2 = AC \cdot AD$

Chứng minh $AB^2 = AH \cdot AO$

$$\Rightarrow \frac{AC}{AH} = \frac{AO}{AD}$$

C/m được $\triangle ACH$ đồng dạng $\triangle AOD$

$$\Rightarrow \hat{AHC} = \hat{ADO}$$

Mà $\hat{AHC} + \hat{CHO} = 180^\circ$ (kề bù)

Nên $\hat{CDO} + \hat{CHO} = 180^\circ$

Vậy tứ giác $ODCH$ nội tiếp

Bài 3: Từ điểm A nằm ngoài đường tròn $(O; R)$ với $OA > 2R$, vẽ hai tiếp tuyến AB, AC với (O) (B, C là tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của AO và BC.

- Chứng minh: Tứ giác ABOC nội tiếp.
- Gọi D là trung điểm của AC, BD cắt (O) tại E (E khác B), AE cắt (O) tại F (F khác E). Chứng minh: $AB^2 = AE \cdot AF$
- Chứng minh: $BF \parallel AC$

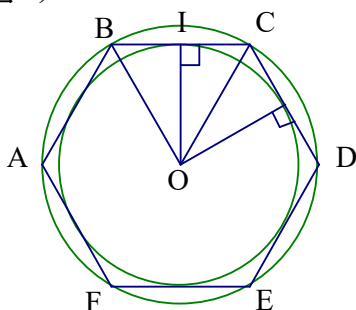
Các em ghi bài giải vào tập bài tập ; riêng bài 3 là bài tập về nhà.

ĐƯỜNG TRÒN NỘI TIẾP, ĐƯỜNG TRÒN NGOẠI TIẾP

1. Định nghĩa .

- Đường tròn đi qua tất cả các đỉnh của một đa giác được gọi là đường tròn ngoại tiếp đa giác và đa giác được gọi là đa giác nội tiếp đường tròn.
- Đường tròn tiếp xúc với tất cả các cạnh của đa giác được gọi là đường tròn nội tiếp đa giác và đa giác được gọi là đa giác ngoại tiếp đường tròn.

[?] a)



b) Có $\triangle ABC$ là tam giác đều (do $OA = OB$ và $\angle AOB = 60^\circ$) nên $AB = OA = OB = 2 \text{ cm}$

Ta vẽ các dây $AB = BC = CD = DE = EF = FA = 2 \text{ cm}$.

c) Ta có các dây $AB = BC = CD = DE = EF = FA = 2 \text{ cm}$.

Suy ra các dây đó cách đều tâm. Vậy tâm O cách đều các cạnh của lục giác đều.

- Đường tròn $(O; r)$ là đường tròn nội tiếp lục giác đều

2. Định lý .

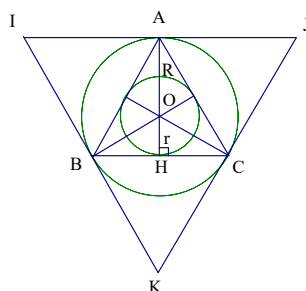
Bất kì đa giác đều nào cũng có một và chỉ một đường tròn ngoại tiếp, có một và chỉ một đường tròn nội tiếp.

*Chú ý: Trong đa giác đều, tâm của đường tròn ngoại tiếp trùng với tâm của đường tròn nội tiếp và được gọi là tâm của đa giác đều

3. Bài tập

Bài 62/ 91 SGK .

a)



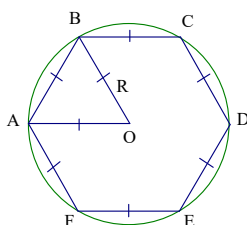
b) Trong tam giác vuông AHB, ta có:

$$AH = AB \cdot \sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{2} (cm) \quad R = AO = \frac{2}{3} AH = \frac{2}{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} (cm)$$

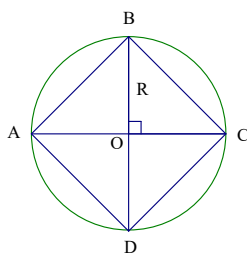
c) $r = OH = \frac{1}{3} AH = \frac{\sqrt{3}}{2} (cm)$

d) Qua các đỉnh A, B, C của tam giác đều ABC, ta vẽ 3 tiếp tuyến với (O;R), ba tiếp tuyến này cắt nhau lần lượt tại I, J, K. Tam giác IJK ngoại tiếp (O;R).

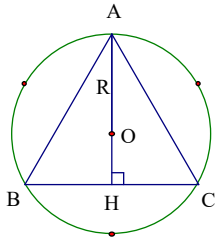
Bài 63 / 92 SGK .



$$AB = R$$



$$AB = R\sqrt{2}$$



$$AB = R\sqrt{3}$$